Άλγεβρα Α΄ Γυμνασίου

Τεύχος Α΄

my - book.gr
Πρότυπο Ψηφιακό Εκπαιδευτικό Υλικό

Η συγγραφική ομάδα του my-book.gr

Περιεχόμενα

Θεωρητικό υπόβαθρο....4
ΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ....14
Η Ευκλείδεια Διαίρεση....14
Διαιρετότητα – Πρώτοι Αριθμοί....22
Χαρακτήρες Διαιρετότητας – Κανόνες Διαιρετότητας....30
ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ....39
Η έννοια του κλάσματος....39
Η αναγωγή στην κλασματική μονάδα....48
Ισοδύναμα κλάσματα....55
Ομώνυμα – ετερώνυμα κλάσματα....63
Σύγκριση κλασμάτων....69
Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων....79
Πολλαπλασιασμός κλασμάτων....90
Διαίρεση κλασμάτων....98
Αριθμητικές παραστάσεις....106
Λεξικό όρων....112
ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ....113
Δεκαδικοί αριθμοί και δεκαδικά κλάσματα....113
Μονάδες μέτρησης....122

© copyright www.my-book.gr

Θεωρητικό υπόβαθρο

Διαφοροποιημένη διδασκαλία Μαθηματικών: παράδειγμα εφαρμογής στα Μαθηματικά Α΄Γυμνασίου

Περίληψη

Η κατανόηση και η χρήση των μαθηματικών απαιτούν πολύπλοκες και πολύπλευρες νοητικές διεργασίες. Οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες δυσκολεύονται να ανταπεξέλθουν στις σχετικές απαιτήσεις. Απογοητεύονται, όταν δεν τα καταφέρνουν. Αποκτούν γνωστικά ελλείμματα, αλλά πασχίζουν ακόμα περισσότερο να ακολουθήσουν. Σκοπός της μελέτης μας είναι ο σχεδιασμός προγράμματος υποστήριξης με βάση τις αρχές της διαφοροποιημένης διδασκαλίας. Συγκεκριμένα, αφορούσε 10 μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες.Πραγματοποιήθηκε αρχική αξιολόγηση με το εργαλείο Μαθηματικής Επάρκειας και προσδιορίστηκαν δυνατότητες και αδυναμίες σε επίπεδο μαθηματικών δεξιοτήτων. Το υλικό, με την προσθήκη τεχνικών διαφοροποιημένης διδασκαλίας, εφαρμόστηκε πιλοτικά σε επίπεδο εξατομικευμένης διδασκαλίας. Τα αποτελέσματα της εφαρμογής του ανέδειξαν βελτιωμένες δεξιότητες προσέγγισης και κατανόησης μαθηματικών εννοιών, αλγορίθμων και σταδιακή βελτίωση σε επίπεδο επίλυσης προβλημάτων. Συμπερασματικά, φάνηκε ότι η διαφοροποίηση του περιεχομένου και της διαδικασίας, βοήθησε τους μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες στην προσέγγιση της μαθηματικής σκέψης. Προτείνεται η αξιοποίηση και η εφαρμογή του υλικού και στα πλαίσια του θεσμού της παράλληλης στήριξης.

Λέξεις-κλειδιά: μαθηματικά, άλγεβρα, Α΄ γυμνασίου, διαφοροποίηση, μαθησιακές δυσκολίες

© copyright www.my-book.gr

Εισαγωγή

Πριν από οτιδήποτε άλλο είναι σημαντικό να διακρίνουμε ότι η μάθηση δεν είναι αποτέλεσμα, αλλά μία διαδικασία και είναι μία διαδικασία αλλαγής, η οποία επέρχεται ως επακόλουθο της εμπειρίας (Ambroseetal, 2010). Η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών είναι κρίσιμη για τη σχολική και κοινωνική ανάπτυξη.Πολλοί μαθητές δυσκολεύονται να εμπλακούν ή να ακολουθήσουν αυτή τη διαδικασία είτε λόγω εγγενών δυσκολιών, είτε φοβίας για τα μαθηματικά (Τζιβινίκου, 2015). Από την άλλη, τα μαθηματικά παρουσιάζουν μία κάθετη εξέλιξη με αλληλεξαρτώμενες γνώσεις, μην επιτρέποντας τη δημιουργία γνωστικών ελλειμμάτων (Τζεκάκη, Σταγιόπουλος & Μπαραλός, 2011). Συνεπώς, είναι αναγκαία η σχετική προσαρμογή της διδασκαλίας ώστε να περιλάβει τους μαθητές που αντιμετωπίζουν δυσκολίες και να απαντήσει στις δικές τους εκπαιδευτικές ανάγκες.

Μαθησιακές δυσκολίες

Όπως και στο σύνολο των ερευνών για τις μαθησιακές δυσκολίες, έτσι και στα Μαθηματικά η διάγνωση διαχρονικά στηριζόταν στην απόκλιση του νοητικού επιπέδου του μαθητή από τη μαθησιακή επίδοση. Τα τελευταία χρόνια, η προσέγγιση αυτή έχει αντικατασταθεί από μοντέλα μέτρησης της ικανότητας του μαθητή να ανταποκριθεί στη

Διδακτικοί στόχοι

- Κατανόηση της έννοιας της διαιρετότητας
- Χρήση των όρων **διαιρεί, διαιρέτης** και **πολλαπλάσιο**
- Κατανόηση και αναγνώριση των πρώτων αριθμών
- Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων

Αφόρμηση

Η τάξη μας έχει 20 μαθητές και πρέπει να χωριστούν σε ομάδες για μία εργασία.
Τι ομάδες μπορούμε να φτιάξουμε;

2αδες; 3αδες; 4αδες; 5αδες; 6αδες;

Υποδειγματική διδασκαλία

Οι 20 μαθητές μπορούν να χωριστούν σε 5άδες επειδή:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 5 \\ \hline & 4 \\ 0 & \end{array}$$

η διαίρεση 20 : 5 είναι τέλεια.
Λέμε ότι το 5 **είναι διαιρέτης** του 20.

© copyright www.my-book.gr

Χαρακτήρες Διαιρετότητας – Κανόνες Διαιρετότητας

Διδακτικοί στόχοι

- Υπολογισμός ΜΚΔ και ΕΚΠ αριθμών με λίστες και με χρήση της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων
- Χρήση των κανόνων διαιρετότητας σε μεγάλους αριθμούς

Είσοδος

Οι διαιρέτες του 18:

Οι διαιρέτες του 30:

Ποιοι αριθμοί είναι **κοινοί** και στις δύο λίστες;

Ποιος είναι ο **μέγιστος** από τους **κοινούς;**

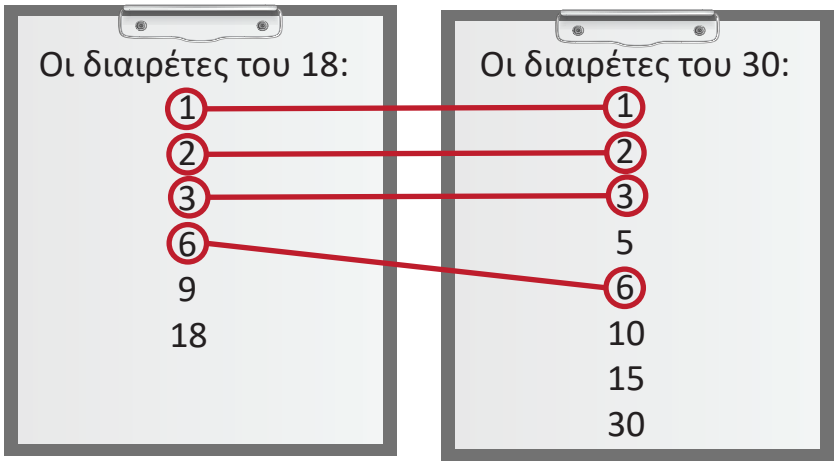
Τα πολλαπλάσια του 6:

Τα πολλαπλάσια του 4:

Ποιοι αριθμοί είναι **κοινοί** και στις δύο λίστες;
Ποιος είναι ο **ελάχιστος** από τους **κοινούς;**

© copyright www.my-book.gr

β) Διαιρέτες



Δύο αριθμοί έχουν **κοινούς διαιρέτες**.
Ο μεγαλύτερος από αυτούς ονομάζεται:

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ).

Μοντελοποίηση

1. ΕΚΠ και ΜΚΔ χωρίς να κάνω λίστες

Να βρεις το ΕΚΠ και το ΜΚΔ των αριθμών 18, 90 και 120.

1. Αναλύω τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων.
2. Διαγράφω όποιον διαιρώ, αφήνω ίδιο όποιον δεν διαιρώ.

~~18~~	~~120~~	~~90~~	2
9	~~60~~	45	2
9	~~30~~	45	2
~~9~~	~~15~~	~~45~~	3
~~3~~	5	~~15~~	3
1	~~5~~	~~5~~	5
1	1	1	

ΜΚΔ = 2 · 3 = 6
(μόνο όοι είναι κοινοί σε όλους)

ΕΚΠ = 2 ·2 · 3 · 3 · 5 = 360
(όλοι οι πρώτοι παράγοντες)

© copyright www.my-book.gr

ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Η έννοια του κλάσματος

Διδακτικοί στόχοι

- Κατανόηση του κλάσματος στις διάφορες πτυχές του
- Έκφραση κλασμάτων ως μέρος, πηλίκο και λόγο
- Σύγκριση κλάσματος με τη μονάδα

Υποδειγματική διδασκαλία

Τι είναι το κλάσμα;

«κλάω» = κόβω σε κομμάτια

«κλάσμα» = μέρος ενός συνόλου

Από ποια μέρη αποτελείται;

Πόσα παίρνω

αριθμεί (πόσα;)

Αριθμητής

Παρονομαστής

Πόσα χωρίζω

ονομάζει (τι;)

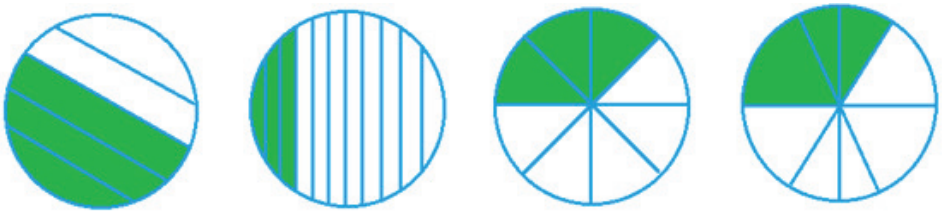
© copyright www.my-book.gr

2. Η μπάλα δεν έχει περάσει ολόκληρη τη γραμμή. Ποιο μέρος της έχει περάσει;

Υψηλό επίπεδο

1. Μπορώ να πω ότι έχω πάρει τα $\frac{3}{5}$ αυτής της πίτας;

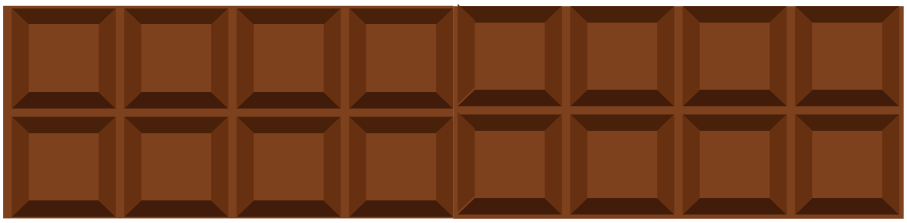
2. Σε μία παρέα 8 ατόμων υπάρχουν 3 αγόρια. Ποιο σχήμα δείχνει το μέρος της παρέας που αποτελούν τα αγόρια;



© copyright www.my-book.gr

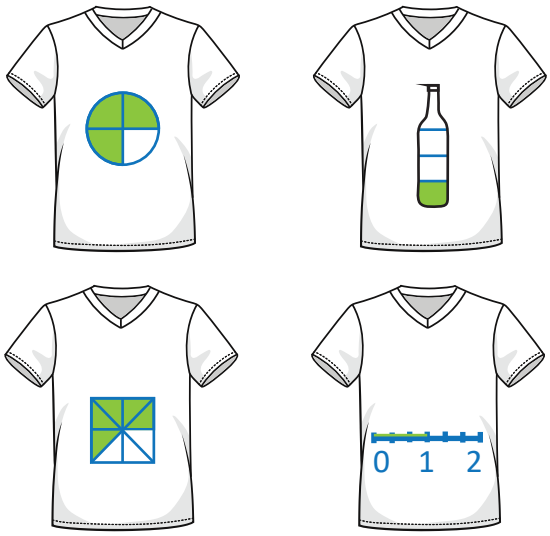
Τι έμαθα σήμερα;

Να χωρίσεις τη σοκολάτα δίκαια, για να τη μοιραστούν τέσσερα αδέρφια.



Τι μέρος της σοκολάτας θα πάρει το κάθε παιδί;

Να ταιριάξεις τα μπλουζάκια με τα σορτσάκια τους.



© copyright www.my-book.gr

Εφαρμογή με καθοδήγηση

Τα $\frac{4}{5}$ της διαδρομής είναι 160 μέτρα. Πόσα μέτρα είναι ολόκληρη η διαδρομή;

1. _____ (το μέρος που ξέρω)

2. _____ (αναγωγή στην κλασματική μονάδα)

3. _____ (το όλο, δηλαδή αυτό που ζητούσα)

Οπτική ενίσχυση

Οδηγία: Να χωρίσεις και να πάρεις όσα μέρη αναφέρει η εκάστοτε εκφώνηση.

Δραστηριότητα γενίκευσης

Ο παππούς είχε ένα βαρέλι γεμάτο με πετρέλαιο. Έβγαλε τα $\frac{5}{9}$ του περιεχομένου και έμειναν μέσα 80 λίτρα. Πόσα λίτρα χωράει ολόκληρο το βαρέλι;

Τα $\frac{\square}{\square}$ του βαρελιού είναι λίτρα.

Το $\frac{\square}{\square}$ του βαρελιού είναι λίτρα.

Τα $\frac{\square}{\square}$ του βαρελιού είναι λίτρα.

© copyright www.my-book.gr

Άλγεβρα Α΄ Γυμνασίου

Τεύχος Β΄

my - book.gr
Πρότυπο Ψηφιακό Εκπαιδευτικό Υλικό

Η συγγραφική ομάδα του my-book.gr

Περιεχόμενα

Θεωρητικό υπόβαθρο....4
ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ....14
Η έννοια της μεταβλητής....14
Πράξεις με μεταβλητές....20
Εξισώσεις....22
Επίλυση προβλημάτων....31
ΠΟΣΟΣΤΑ....37
Τα ποσοστά....37
Προβλήματα με ποσοστά....42
ΘΕΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ....50
Οι ρητοί αριθμοί....50
Απόλυτη τιμή ρητού αριθμού – Σύγκριση ρητών αριθμών....56
Λεξικό όρων....60
Πρόσθεση ρητών αριθμών....61
Αφαίρεση ρητών αριθμών....69
Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών....74
Διαίρεση ρητών αριθμών....79
Δυνάμεις ρητών με εκθέτη φυσικό....85

© copyright www.my-book.gr

Θεωρητικό υπόβαθρο

Διαφοροποιημένη διδασκαλία Μαθηματικών: παράδειγμα εφαρμογής στα Μαθηματικά Α΄Γυμνασίου

Περίληψη

Η κατανόηση και η χρήση των μαθηματικών απαιτούν πολύπλοκες και πολύπλευρες νοητικές διεργασίες. Οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες δυσκολεύονται να ανταπεξέλθουν στις σχετικές απαιτήσεις. Απογοητεύονται, όταν δεν τα καταφέρνουν. Αποκτούν γνωστικά ελλείμματα, αλλά πασχίζουν ακόμα περισσότερο να ακολουθήσουν. Σκοπός της μελέτης μας είναι ο σχεδιασμός προγράμματος υποστήριξης με βάση τις αρχές της διαφοροποιημένης διδασκαλίας. Συγκεκριμένα, αφορούσε 10 μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες.Πραγματοποιήθηκε αρχική αξιολόγηση με το εργαλείο Μαθηματικής Επάρκειας και προσδιορίστηκαν δυνατότητες και αδυναμίες σε επίπεδο μαθηματικών δεξιοτήτων. Το υλικό, με την προσθήκη τεχνικών διαφοροποιημένης διδασκαλίας, εφαρμόστηκε πιλοτικά σε επίπεδο εξατομικευμένης διδασκαλίας. Τα αποτελέσματα της εφαρμογής του ανέδειξαν βελτιωμένες δεξιότητες προσέγγισης και κατανόησης μαθηματικών εννοιών, αλγορίθμων και σταδιακή βελτίωση σε επίπεδο επίλυσης προβλημάτων. Συμπερασματικά, φάνηκε ότι η διαφοροποίηση του περιεχομένου και της διαδικασίας, βοήθησε τους μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες στην προσέγγιση της μαθηματικής σκέψης. Προτείνεται η αξιοποίηση και η εφαρμογή του υλικού και στα πλαίσια του θεσμού της παράλληλης στήριξης.

Λέξεις-κλειδιά: μαθηματικά, άλγεβρα, Α΄ γυμνασίου, διαφοροποίηση, μαθησιακές δυσκολίες

© copyright www.my-book.gr

Εισαγωγή

Πριν από οτιδήποτε άλλο είναι σημαντικό να διακρίνουμε ότι η μάθηση δεν είναι αποτέλεσμα, αλλά μία διαδικασία και είναι μία διαδικασία αλλαγής, η οποία επέρχεται ως επακόλουθο της εμπειρίας (Ambroseetal, 2010). Η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών είναι κρίσιμη για τη σχολική και κοινωνική ανάπτυξη.Πολλοί μαθητές δυσκολεύονται να εμπλακούν ή να ακολουθήσουν αυτή τη διαδικασία είτε λόγω εγγενών δυσκολιών, είτε φοβίας για τα μαθηματικά (Τζιβινίκου, 2015). Από την άλλη, τα μαθηματικά παρουσιάζουν μία κάθετη εξέλιξη με αλληλεξαρτώμενες γνώσεις, μην επιτρέποντας τη δημιουργία γνωστικών ελλειμμάτων (Τζεκάκη, Σταγιόπουλος & Μπαραλός, 2011). Συνεπώς, είναι αναγκαία η σχετική προσαρμογή της διδασκαλίας ώστε να περιλάβει τους μαθητές που αντιμετωπίζουν δυσκολίες και να απαντήσει στις δικές τους εκπαιδευτικές ανάγκες.

Μαθησιακές δυσκολίες

Όπως και στο σύνολο των ερευνών για τις μαθησιακές δυσκολίες, έτσι και στα Μαθηματικά η διάγνωση διαχρονικά στηριζόταν στην απόκλιση του νοητικού επιπέδου του μαθητή από τη μαθησιακή επίδοση. Τα τελευταία χρόνια, η προσέγγιση αυτή έχει αντικατασταθεί από μοντέλα μέτρησης της ικανότητας του μαθητή να ανταποκριθεί στη

Δραστηριότητες εμπέδωσης

Χαμηλό επίπεδο

1. Να αντιστοιχίσεις τις προτάσεις με τη μαθηματική τους έκφραση.

Ένας αριθμός αυξάνεται κατά 5	•	•	$x - 5$
Το πενταπλάσιο ενός αριθμού	•	•	$x + 5$
Ένας αριθμός ελαττώνεται κατά 5	•	•	$5 \cdot x$

$3 \cdot x - 20 = 6$	•	•	το τριπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 6 ισούται με 20
$x + y = 6$	•	•	το άθροισμα δύο αριθμών ισούται με 6
$3 \cdot x + 6 = 20$	•	•	το γινόμενο δύο αριθμών ισούται με 6
$x \cdot y = 6$	•	•	το τριπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 20 δίνει 6

Μεσαίο επίπεδο

1. Να εκφράσεις με τη βοήθεια μεταβλητών τις παρακάτω φράσεις.

Ένας αριθμός αυξάνεται κατά 3. _____
Ένας αριθμός ελαττώνεται κατά 5. _____
Το τριπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 7. _____
Το εξαπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 14. _____
Ο επόμενος ενός αριθμού. _____
Το άθροισμα δύο αριθμών ισούται με 9. _____
Το τριπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 12 ισούται με 9. _____

Υψηλό επίπεδο

1. Να γράψεις με λόγια τις μαθηματικές εκφράσεις.

$2 \cdot x + 4 = 51$ _____

$3 \cdot y - 9 = 2$ _____

$x - y = 3$ _____

© copyright www.my-book.gr

Έξοδος

Τι έμαθα σήμερα;

Η μεταβλητή x είναι σαν ένα συρτάρι με έναν αριθμό μέσα.
Με κλειστό συρτάρι, δεν ξέρουμε τι αριθμός είναι:

και η παράσταση: $A= 3\cdot(x-1)-2\cdot x+4$
έχει άγνωστο αποτέλεσμα.
Να ανοίξεις το συρτάρι και να υπολογίσεις την τιμή της παράστασης Α.

© copyright www.my-book.gr

Εξίσωση:

€ μικρού + *€ μεσαίου* + *€ μεγάλου* = *σύνολο €*

Επιλύω την εξίσωση:

Αποτελέσματα:
Ο μικρότερος θα πάρει: _____
Ο μεσαίος θα πάρει: _____
Ο μεγάλος θα πάρει: _____

Επαληθεύω. Τα ποσά που βρήκα, είναι όπως λένε οι κανόνες της διαθήκης;

Στρατηγική σκέψης

Αν τα ζητούμενα είναι δύο ή περισσότερα:

- επιλέγω το ένα και το εκφράζω ως x,
- εκφράζω και τα υπόλοιπα μέσω του x.

© copyright www.my-book.gr

3. Να μετατρέψεις τα ποσοστά σε ανάγωγα κλάσματα.

60% 72% 50% 45%

4. Να βρεις τι ποσοστό είναι:

το καλοκαίρι από το έτος:

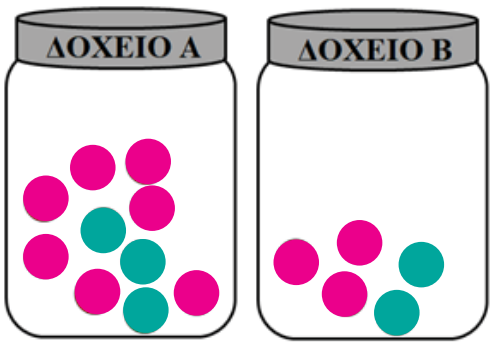
τα 40€ από τα 200€:

τα 30 λεπτά από τη μία ώρα:

Έξοδος

Τι έμαθα σήμερα;

Για να κερδίσεις το έπαθλο, πρέπει να τραβήξεις τυχαία από ένα δοχείο και να πετύχεις μία κόκκινη σφαίρα. Από ποιο δοχείο σε συμφέρει να τραβήξεις;



Πριν υπολογίσεις με πράξεις, κάνε μία πρόβλεψη!

Συμφέρει
το δοχείο ……

Υπολογισμοί:

Δοχείο Α
κλάσμα κόκκινων:
ποσοστό κόκκινων:

Δοχείο Β
κλάσμα κόκκινων:
ποσοστό κόκκινων:

© copyright www.my-book.gr

Τι έμαθα σήμερα;

Το ψυγείο κοστίζει 700€. Θα δώσουμε 40% προκαταβολή και θα αποπληρώσουμε σε 3 μηνιαίες δόσεις.

Με 40% προκαταβολή παίρνεις μηνιαίο επιτόκιο ΜΟΝΟ 5% !!!!

Ποσό προκαταβολής: _____

Υπόλοιπο ποσό: _____

Μηνιαία δόση **πριν τους τόκους:** _____

Τόκος 1ης δόσης: Συνολική 1η δόση:

Τόκος 2ης δόσης: Συνολική 2η δόση:

Τόκος 3ης δόσης: Συνολική 3η δόση:

Συνολικό τελικό κόστος του ψυγείου: _____

© copyright www.my-book.gr

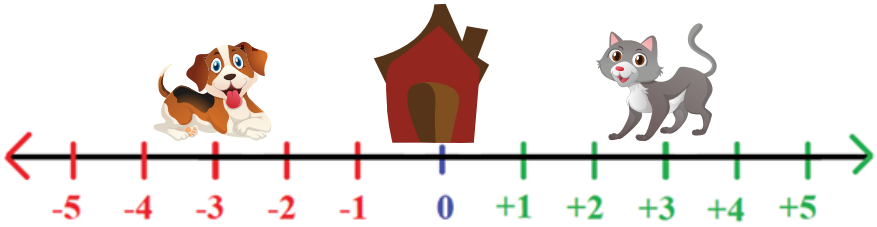
Απόλυτη τιμή ρητού αριθμού – Σύγκριση ρητών αριθμών

Διδακτικοί στόχοι

- Αποσαφήνιση: το «μείον» ως πρόσημο για την έκφραση του «αντίθετου», ως δηλωτικό αρνητικού αριθμού και ως σύμβολο της αφαίρεσης
- Κατανόηση της απόλυτης τιμής ως απόσταση του αριθμού από το μηδέν
- Σύγκριση ρητών αριθμών

Αφόρμηση

1. Πόσα βήματα απέχει ο σκύλος από το σπίτι και πόσα η γάτα;



Είναι στην ίδια θέση τα δύο κατοικίδια;

2. Τι είναι καλύτερο;

- Να κερδίσεις 5 βαθμούς ή να κερδίσεις 7 βαθμούς;
- Να κερδίσεις 4 ζωές ή να χάσεις 2 ζωές;
- Να χάσεις 7€ ή να χάσεις 2€;

Υποδειγματική διδασκαλία

Η απόσταση ενός αριθμού από το 0, ονομάζεται **απόλυτη τιμή** του αριθμού.
Συμβολίζεται με τον αριθμό ανάμεσα σε δύο γραμμές | | .

Διαβάζω:
«απόλυτη τιμή του -7»

| -7 |

| 5 | = *πόσο απέχει το 5 από το 0;* =5

| -5| = *πόσο απέχει το -5 από το 0;* =5

|-12| = *πόσο απέχει το -12 από το 0;* =12

Η απόλυτη τιμή δηλώνει απόσταση.

Άρα, το αποτέλεσμα δεν είναι ποτέ αρνητικό.

© copyright www.my-book.gr

Ασκήσεις εξάσκησης

1.Να συμπληρώσεις τα κενά:

α. Το άθροισμα δύο θετικών αριθμών είναι …… αριθμός

β. Το άθροισμα δύο αρνητικών αριθμών είναι ……. αριθμός

γ. Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι ίσο με ……

2. Να εκφράσεις με αριθμούς και να κάνεις τις πράξεις που προκύπτουν:

α. Κερδίζω 6€ και μετά χάνω 7€.

β. Η θερμοκρασία πέφτει κατά $4^{o}C$ και μετά ανεβαίνει κατά $2^{o}C$.

γ. Ξοδεύω 4€ και μετά ξοδεύω 6€.

3. Η Στέλλα είναι δύτης και βρίσκεται στα -14 m. Ο Γιώργος βρίσκεται 40 m πάνω από τη Στέλλα. Σε ποιο υψόμετρο βρίσκεται ο Γιώργος;

© copyright www.my-book.gr